Fermeture transitive d’un graphe

Préambule :

a variable booléenne qui ne prend que les valurs 0 et 1

Opération booléenne : a+b

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a/b | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Multiplication booléenne : a.b

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A/b | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

Pour les multiplications et additions booléennes de matrices :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

* **1.1+0.0+1.1 = 1+0+1 = 1**
* Notation A[x]B
* Et A[x]A[x]…[x]A noté
* <----------------n fois------------------>

+ -> **1+1 = 1** notation A[+]B

Remarque : Si A est la matrice d’adjacence d’un graphe considérée comme une matrice booléenne.

A B

D C

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Définition : on appelle fermeture transitive d’un graphe G

G = (X,E), (x = sommets, E = axes) le graphe G^ (g chapeau mais sur word ça merde) obtenu en rajoutant l’arc xi ->- xj s’il existe un chemin d’origine xi et d’extremité xj (si cet arc n’existe pas déjà)

Exemple type :

rajoutés / fermeture transitive G^

A

B

C

On obtiens donc le graphe complet Kz

A

B

C

D

Théorème : la matrice adjacante du graphe de la fermeture transitive s’obtiens de la façon suivante :

Si N est l’ordre du graphe (= nombre de sommets) de la fermeture transitive s’obtient de la façon suivante :

SI N est l’ordre du graphe (son nombre de Sommets)

M matrice d’adjacence, M^ = M [+]

Application :

A

B

C

)

N = 3

Disposition du calcul :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| [+] |  | [+] | = |
| M |  |  | (graphe complet Kz) |

Chemins hamiltoniens et chemin eulériens

Déf :

ON appelle chemin Hamiltonien tout chemin sur le graphe qui passe une fois et une seule par tous les points du graphe.

On appelle chemin Eulérien tout chemin par le graphe qui passe UNE FOIS et une seule par tous les arcs du graphes.

Exemple :

A

B

C

Hamiltonien :

A ->- B ->- C

B->-C->-A

C->-A->-B

Eulérien :

A->-B->-C->-A

B->-C->-A->-B

C->-A->-B->-C

Attention un chemin hamiltonien vne peut etre un circuit ou un cycle car origine ne peut etre egal a etremité

A->-C->-E->-D->B est hamiltonien

Chemins hamiltoniens et chemins eulériens :

Rq : Soit N l’ordre du graphe

Un chemin hamiltonien a N-1 arcs et donc sa longuer est N-1 (on utilisera M^n-1 pour les detecter).